

Рис. 6 – Зависимость амплитуды модуля напряженности электростатического поля от координат точек почвы между заряженными штырями

шлись следующей формулой:

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi V} \iiint_V \frac{\rho(\mathbf{r}') + \rho'(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dv', \quad (8)$$

где  $V$  – объем грунта, по которому берется интеграл;  
 $\mathbf{r}'$  – координата точки расположения заряда.

На основании (8) были проведены численные расчеты создаваемой дополнительно напряженности электрического поля. Число штырей  $m$  бралось равным четырем, объем грунта брался в пределах ячейки из этих четырех штырей на глубину 0,5 м. Полученные результаты говорят о том, что добавка к уже существующему электростатическому полю не превышает 10%. Эта величина лежит в пределах погрешности самих расчетов с учетом ошибки задания диэлектрической проницаемости грунта. Таким образом, в дальнейшем при практических расчетах воздействия электростатического поля на сельскохозяйственные культуры эту поправку можно не учитывать.

**Выводы.** На основании разработанной модели проведен расчет напряженности электростатического поля между штырями. Расчет произведен в предположении, что потенциал между штырями равен 100 В, расстояние между ними равно 1 м. Показано, что оптимальным является расположение растений, которые несколько смещены от линий, соединяющих оси штырей.

Исходя из того, что процессы, происходящие на уровне клетки, связаны с переносом ионов через ее мембрану, исследовано явление активного переноса ионов через мембрану клетки под воздействием внешнего электростатического поля. Получены уравнения, описывающие изменение объема клетки, находящейся во внешнем электростатическом поле, а также потенциала на ее

меняющегося в различных точках грунта заряда. Поскольку мы считаем глубину погружения штырей достаточно большой, то плотность заряда можно считать зависящей только лишь от двумерных координат  $(x, y)$ , но не зависящей от вертикального погружения в землю  $z$ .

Как известно [4, 5], решение уравнения Пуассона в случае неограниченной среды можно записать, воспользовав-

мембране. Данный процесс зависит как от исходного потенциала, существующего на мембране, так и от амплитуды поля и времени его воздействия.

Проведен численный анализ полученных выражений. Обнаружено, что приложенное внешнее поле существенно влияет как на объем клетки, так и на потенциал на ее мембране. Полученные результаты дают возможность прогнозировать изменения, которые могут происходить под воздействием внешнего электростатического поля на клеточном уровне. Показана возможность активного влияния на ионный состав внутренней и внешней среды клеток и, следовательно, воздействие электростатическим полем на растительную клетку в грунте дольше десяти-тринадцати дней может приводить к ее гибели, что может использоваться для уничтожения сорняков.

**Список литературы:** 1. Ильинский А. С. Математические модели электродинамики: Учебное пособие для вузов / А. С. Ильинский, В. В. Кравцов, А. Г. Свешников. – М.: Высшая школа, 1991. – 224 с. 2. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для вузов, т. 2: Уч. пос. для вузов / Н. С. Пискунов. – М.: Наука, 1985. – 560 с. 3. Кальницкий Л. А. Специальный курс высшей математики для вузов / Л. А. Кальницкий, Д. А. Добротин, В. Ф. Жеветжеев. – М.: Высшая школа, 1976. – 390 с. 4. Тихов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихов, А. А. Самарский. – М.: Наука, 1999. – 799 с. 5. Никольский В. В. Электродинамика и распространение радиоволн / В. В. Никольский. – М.: Наука. – 1978. – 544 с. 6. Стрэттон Дж. А. Теория электромагнетизма / Дж. А. Стрэттон. – М.: Гостехиздат, 1948. – 540 с.

Надійшла до редколегії 26.05.2011

УДК 621.396

А. Ю. СИДОРЕНКО, канд. техн. наук, доц. НТУ «ХПИ»

## ВЫБОР ОСИ СТАЦИОНАРНОСТИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ПРОФИЛОГРАММ ОБРАБОТАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В статті розглянуто метод вибору положення системи координат при дослідженні профілограм поверхонь, що обробляються. Знайдені оцінки основних параметрів шорсткості: дисперсії та коефіцієнту кореляції. Представлені основні результати оцінювання параметрів шорсткості та положення системи стаціонарності.

В статье рассмотрен метод выбора системы координат при исследовании профилограм обработанных поверхностей. Найденны оценки основных параметров шероховатости дисперсии и коэффициента корреляции. Представлены основные результаты оценивания параметров шероховатости и положения система стационарности.

In the article the method of choice of position of the system of coordinates is considered at research of of profilogram the treated surfaces. The estimations of basic parameters of roughness of dispersion and coefficient of correlation are found. The basic results of method are presented and drawn conclusion.

**Введение.** Исследование профилограм обработанных поверхностей приводит к проблеме выбора положения системы координат и начала отсчета,

так как профилограмма представляет собой последовательность точек. При этом с точки зрения физической задачи эта последовательность точек является некоторой реализацией случайного процесса (дискретного или непрерывного). Как следствие этого, возникает задача выбора системы координат удобной для проведения исследования.

**Математическая модель оценивания параметров шероховатости.** В данной работе в качестве модели, которая описывает профилограммы и соответствует на практике параметрам шероховатости обработанных поверхностей, рассматривается дискретный квадратичный функционал

$$J_h = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} h_n^2, \quad (1)$$

где  $h_n = h(n\Delta)$  – элемент дискретной последовательности отсчетов (мкм);

$n$  – номер элемента выборки ( $n = 0, 1, \dots, N-1$ );

$N$  – количество элементов в выборке;

$L$  – длина интервала измерений (мкм);

$\Delta$  – шаг измерений (мкм),  $\Delta = \frac{L}{N-1}$ .

Данный функционал имеет нормальное марковское распределение.

Задача оценивания параметров дискретной нормальной случайной последовательности точек и положения системы координат (оси стационарности) рассматривалась для случая независимых наблюдений [1]. Но на практике требование независимости слишком ограничивает исследование профилограмм. Поэтому представляет интерес рассмотрение данной задачи для случая нормального марковского процесса, но с заданным средним  $\bar{h}$  и корреляционной функцией

$$K(h_n, h_m) = q_{nm} \cdot S^2, \quad (2)$$

где  $q_{nm}$  – набор корреляционных факторов  $q_{nm} = e^{-v\Delta|n-m|}$ ,  $n, m = 0, 1, \dots$ ,

$n$  – декремент затухания,  $\text{мкм}^{-1}$ ,

$S^2$  – дисперсия,  $\text{мкм}^2$ .

Корреляционная функция такого вида обуславливает марковость рассматриваемого процесса по теореме Дуба [1].

Итак, сформулируем постановку проблемы: известна последовательность точек на плоскости, также известно, что данная последовательность подчиняется нормальному марковскому закону с известным средним и корреляционной функцией. При этом неизвестным является расположение системы координат (СК), а именно ось абсцисс  $x^*$ .

Требуется по экспериментальным данным оценить параметры расположения системы координат, относительно которой последовательность обладает заданными свойствами.

Для решения данной задачи можно воспользоваться алгоритмом, описанным в [2]. Выбирается и фиксируется произвольная система координат  $xOy$ , при этом искомая ось абсцисс  $x^*$  должна проходить через её первый квадрант. Пусть  $(x', y')$  – координаты начала  $O'$  системы относительно  $xOy$ , а  $j$  – угол между осями СК  $xOy$  и  $x'O'h$ , следовательно, необходимо оценить еще параметры  $j$ ,  $x'$ ,  $y'$ .

Задача решается методом максимального правдоподобия. В рамках этого метода используется функция плотности распределения последовательности

$$L_h = \frac{1}{(2\pi S^2)^{\frac{N+1}{2}} (1-q^2)^{\frac{N}{2}}} \exp \left\{ -\frac{h_0^2}{2S^2} - \frac{1}{2S^2(1-q^2)} \sum_{i=0}^{N-1} (h_{i+1} - qh_i)^2 \right\}. \quad (3)$$

В результате перехода к наблюдаемым СВ  $(x_i, y_i)$  по формулам

$$x_i^* = x_i \cos j + y_i \sin j - (x' \cos j + y' \sin j), \quad (4)$$

$$y_i^* = -x_i \sin j + y_i \cos j - (-x' \sin j + y' \cos j), \quad (5)$$

а также простых преобразований получена система уравнений

$$(N+1)u(1-Y^2) - (y_0 - y')^2(1-Y^2) - \sum_{i=0}^{N-1} [k(y_i, y', z, w)]^2 = 0,$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} [k(y_i, y', z, w)][(1-Y)i+1] = 0,$$

$$(y_0 - y')(1+Y) + \sum_{i=0}^{N-1} [k(y_i, y', z, w)] = 0, \quad (6)$$

$$Y(1+Y) - \frac{Y}{N} \sum_{i=0}^{N-1} [k(y_i, y', z, w)]^2 + \frac{(1+Y)}{N} \sum_{i=0}^{N-1} [k(y_i, y', z, w)] \left( y_i - y' - \frac{i}{N} \cdot z \right) = 0,$$

где  $Y = e^{-w/N}$ ;  $k(y_i, y', z, w) = [\Delta y + [1-Y](y_i - y' - iz/N) - z/N]$ ;  $r = L \cos j$ ;

$z = L \sin j$ ;  $u = S^2 \cos^2 j$ ;  $s = S^2 \sin^2 j$ ;  $w = vL$ ;  $\Delta y = y_{i+1} - y_i$ ;  $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ .

Пользуясь алгоритмом, описанным в [3], можно найти оценки искомых параметров СК. Для этого, введем несколько ограничений:

- 1) длина наблюдаемого промежутка  $L$  должна быть достаточно велика;
- 2) декремент затухания  $\nu$  будет не мал, так чтобы для величины  $nL$  выполнялось  $1/nL \ll 1$ ;
- 3) исходная система координат  $xOy$  выбрана приблизительно точно, то есть так, что  $y'$  и  $j$  невелики.

Принимаем число наблюдений  $N$  столь большим, что в разложении  $\exp(-w/N)$  в ряд с достаточной степенью точности можно сохранить только члены до порядка  $1/N$  [4]. Учитывая это предположение, можно переписать систему уравнений (6) относительно  $z$  и  $y'$  с коэффициентами, зависящими от  $w$ . Далее, перейдем к переменным  $h_i$  по формуле

$$y_i = \sqrt{u} h'_i + y' + iz / N,$$

где величина  $h'_i$  распределена по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Учитывая указанные ограничения и допущения, приходим к следующей системе уравнений для определения оценок  $\hat{z}$  и  $\hat{y}'$  параметров  $z$  и  $y'$ :

$$2z + 3y' = 6 \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} i y_i, \quad z + 2y' = 2 \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} y_i.$$

Из этой системы получим для оценок  $\hat{z}$  и  $\hat{y}'$  параметров  $z$  и  $y'$ :

$$\hat{y}' = 2 \left( 2 \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} y_i - 3 \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} i y_i \right), \quad \hat{z} = 6 \left( 2 \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} i y_i - \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} y_i \right). \quad (7)$$

Полученные оценки (7) при больших значениях  $N$  асимптотически совпадают с соответствующими оценками для независимого случая [5]. Они являются асимптотически несмещенными и состоятельными. Аналогично можно рассчитать оценки  $\hat{x}'$  и  $\hat{r}$  для параметров  $x'$  и  $r$

$$\hat{x}' = 2 \left( 2 / N \sum_{i=0}^{N-1} x_i - 3 / N^2 \sum_{i=0}^{N-1} i x_i \right), \quad \hat{r} = 6 \left( 2 / N^2 \sum_{i=0}^{N-1} i x_i - 1 / N \sum_{i=0}^{N-1} x_i \right). \quad (8)$$

В [1] показано, что угол  $j$  можно оценить по наблюдениям из соотношения  $s/u = \tan^2 j$ .

Далее, чтобы оценить длину промежутка  $\hat{L}$ , можно воспользоваться введенными обозначениями и полученными оценками  $\hat{z}$  и  $\hat{r}$ . Окончательно получим

$$\hat{L} = \hat{z} \sin j + \hat{r} \cos j. \quad (9)$$

Если  $N \gg 1$ , из системы (6) можно теперь найти оценки  $\hat{w}$  и  $\hat{u}$

$$\hat{w} = -N \ln \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left( y_i - \hat{y}' - \frac{i}{N} \hat{z} \right)^2 + D}{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left( y_i - \hat{y}' - \frac{i}{N} \hat{z} \right)^2 - \frac{1}{N+1} (y_0 - \hat{y}')^2}, \quad (10)$$

$$\text{где } D = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left( \Delta y_i - \frac{1}{N} \hat{z} \right) \left( y_i - \hat{y}' - \frac{i}{N} \hat{z} \right);$$

$$\hat{u} = \frac{1}{N+1} \left[ (y_0 - \hat{y}')^2 + \frac{G}{(1-Y^2)} \right], \quad (11)$$

$$\text{где } G = \sum_{i=0}^{N-1} \left[ \Delta y_i + (1-Y) \left( y_i - \hat{y}' - \frac{i}{N} \hat{z} \right) - \frac{1}{N} \hat{z} \right]^2.$$

Следовательно, на основании (10) – (11) можно найти оценки  $\hat{n}$  и  $\hat{s}^2$  параметров  $\nu$  и  $s^2$ :

$$\hat{\nu} = \hat{w} / \hat{L}, \quad \hat{s}^2 = \hat{u} / \cos^2 j. \quad (12)$$

**Основные результаты.** Результаты вычислений, проведенные по формулам, сведены в таблице.

Параметры последовательностей и их оценки

Объем выборки $N$	Параметры последовательностей и их оценки					
	$L, \text{мкм}$	$\hat{L}, \text{мкм}$	$s^2, \text{мкм}^2$	$\hat{s}^2, \text{мкм}^2$	$\nu, \text{мкм}$	$\hat{\nu}, \text{мкм}$
100	1.000	0.934	1.000	1.043	1.000	1.245
150	5.000	4.556	1.010	1.052	1.500	1.523
200	10.000	9.654	1.100	1.134	1.700	1.699
250	15.000	14.962	1.300	1.385	2.000	2.041
300	20.000	20.021	1.500	1.542	3.000	3.091

Анализируя данную таблицу, можно сделать вывод, что заданные теоретически параметры последовательностей хорошо согласовываются с полученными оценками при различных объемах выборки.

Теперь можно перейти к практическому применению полученных формул. Итак, пусть задана некоторая случайная дискретная последовательность точек, которая является реализацией нормального марковского процесса (рис. 1).

Необходимо построить ось абсцисс для заданной дискретной последовательности точек. Для построения оси абсцисс можно использовать метод наименьших квадратов и ортогональную регрессию по заданным точкам [6].

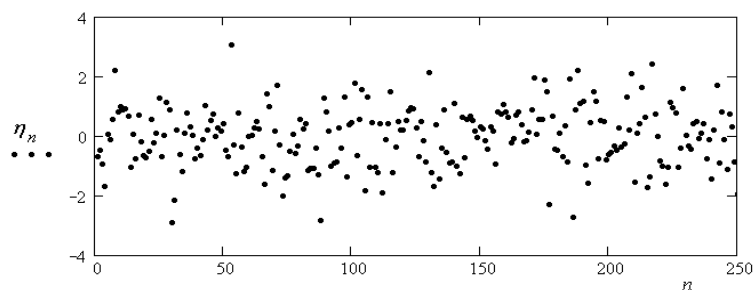


Рисунок 1 – Пример заданной случайной дискретной последовательности  
( $N = 250$ ,  $S_h = 3$ ,  $n = 5$ ,  $\Delta = 1$ )

На рис. 2 показан пример построения оси абсцисс по заданной последовательности точек на плоскости.

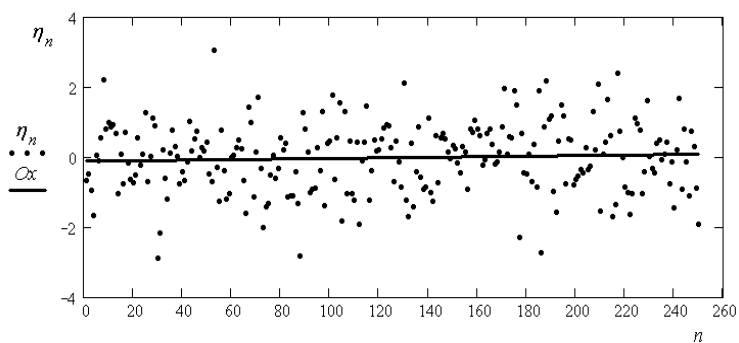


Рисунок 2 – Пример построения оси абсцисс для случайных дискретных последовательностей ( $N = 250$ ,  $S_h = 3$ ,  $n = 5$ ,  $\Delta = 1$ )

**Выводы.** Таким образом, практические расчеты показывают, что при больших объемах выборки найденные оценки положения осей координат являются достаточными и состоятельными. Следовательно, при выборе положения осей координат можно использовать прямую линейной регрессии, построенную по дискретным точкам методом наименьших квадратов.

**Список литературы:** 1. Хусу А. П. Об оценивании параметров случайных последовательностей при неизвестной системе координат / А. П. Хусу // Вестник Ленинградского Государственного Университета. – 1965. – №1. – С. 27–35. 2. Корольюк В. С. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В. С. Корольюк – К. : Наукова думка. – 1978. – 584 с. 3. Derin H. Discrete-Index Markov Of Type Random Processes / H. Derin, A. Kelly // Proc. IEEE, vol. 77, № 10, pp.1485-1510, 1989. – P. 63–74. 4. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и

инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука. – 1987. – 360 с. 5. Вентцель Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М. : Высшая школа. – 2000. – 383 с. 6. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений / Ю. В. Линник. – М. : Физматгиз. – 1962. – 143 с.

Поступила в редколлегию 17.05.2011

УДК 004.932

**В. О. КОЛБАСІН**, канд. техн. наук, доц. каф. САіУ, НТУ «ХП»;  
**А. А. ГАРЬКУША**, магістрант каф. САіУ, НТУ «ХП»

### МЕТОД ВИДІЛЕННЯ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ НА НЕСТАБІЛІЗОВАНОМУ ВІДЕОЗОБРАЖЕННІ

Запропоновано метод виділення об'єктів, що рухаються, у нестабілізованому відеозображенні, заснований на використанні вирахування послідовних кадрів. Метод передбачає виконання стабілізації зображення, виділення областей руху й власне об'єктів, що рухаються. За рахунок використання однієї й тієї ж матриці міжкадрової різниці при стабілізації та виділенні об'єктів, що рухаються, зменшено час обробки даних.

Предложен метод выделения движущихся объектов в нестабилизированном видеоизображении, основанный на использовании вычитания последовательных кадров. Метод предполагает выполнение стабилизации изображения, выделение областей движения и собственно движущихся объектов. За счет использования одной и той же матрицы межкадровой разницы при стабилизации и выделении объектов достигается уменьшение времени обработки данных.

The method for distinguishing moving objects in unstabilized video based on frame subtraction techniques was proposed. It includes several stages: image stabilization, motion areas detection and moving objects selection. Due to using the same matrix of interframe difference in stabilization and motion object detection stages time of data processing was reduced.

**Вступ.** Відеоспостереження почало розвиватися як простий охоронний телевізійний контроль. Першу пропозицію про контроль над громадським порядком у публічних місцях запропонувала поліція США в 1965 році і вже у 1969 році охоронні камери були встановлені в будівлі Нью-Йоркського муніципалітету біля мерії. Ця практика швидко поширилася на інші міста, і за допомогою систем телевізійного відеоспостереження співробітники поліції вели постійне спостереження за порядком.

Однак системи спостереження того часу мали серйозні недоліки. По перше, було необхідно вчасно міняти плівки, на які виконувався запис, бо через певний проміжок часу вони зношувалися. По друге, було дуже складно виконувати пошук потрібних фрагментів і при багаторазовому перегляді плівки вона також робилася непридатною для подальшого використання.

З появою цифрових засобів відео спостереження проблему зношування плівок для запису було якоюсь мірою вирішено, але не вирішеною